石 油 学 报
1992年10月 ACTA PETROLEI SINICA 第13卷 第4期

具有模糊可靠性约束的钻井机械参数优化

金国梁 刘 扬

（大庆石油学院）

提 要

通常钻井参数优化被认表达一个确定性优化问题，没有考虑其中的不确定性因素。本文用随机理论和模糊集理论处理钻井机械参数优化问题中的不确定性因素，建立了具有模糊可靠性约束、可靠性约束、模糊约束的钻井参数优化模型，给出了数值求解方法，并计算了工程实例。

主题词：钻井参数优化 模糊集理论 模糊可靠性约束 可靠性约束 模糊约束 优化模型

1 钻井参数优化问题中的不确定性因素

钻井过程是一个较复杂的工艺过程，包含有多种因素。进行钻井参数优化，就是要先找出各因素影响钻进速度的规律，然后通过最优化理论，找出各参数间的合理匹配值，从而达到在满足工艺条件的情况下，钻井成本低、钻速快的目的。钻井参数优化包括机械参数、水力参数、泥浆参数等方面的内容。本文的讨论是结合机械参数来进行的。对于其它情况，可以类推。

通常，钻井机械参数优化问题可表示成如下非线性数学规划问题[1]：

$$\left.\begin{array}{lll} Min & f(x) & \\ S.t. & g_i(x)\geqslant 0, & i=1,\ 2,\ 3 \\ & x^L\leqslant x\leqslant x^u & \end{array}\right\} \tag{1}$$

式中 $f(x)$为成本目标函数；$x=(x_1,\ x_2)^T$，表示设计变量；x_1为钻压，x_2为转速；x^u，x^L表示设计变量的尺寸约束；$g_1(x)$表示钻头进尺约束函数；$g_2(x)$表示钻头寿命约束函数，$g_3(x)$表示钻头轴承负荷约束。

问题(1)是一个确定性优化模型。所谓确定性模型，是指设计变量、约束集等都是确定性的。然而在钻井工程中，确实存在一些不确定性因素。所谓不确定性因素主要是指如下两类：第一类是由随机性引起的。比如钻头的磨损系数就是一个随机变数。用相同类型的钻头在同种岩石上进行试验，并严格控制试验条件，则得到的钻头磨损系数离散性很大。如果把每次试验当作一次抽样，则钻头的磨损系数就是一个随机变量。由于钻头的进尺及寿命都与钻头的磨损系数有关，因而钻头的进尺约束及寿命约束都表现出随机性；第二类不确定性是由模糊性引起的，也即在事物的差异之间存在着中间过渡[2]。比如钻头厂家一般规定钻头的轴承负荷数不得超过1180t×r/min，如果在实施中$W\times N$为1181t×r/min，则被认为是不允许的。显然二者没有本质差别。对这类约束，宜采用模糊约束，即允许在可行与不可行之间

存在中间过渡[3,4]。

显然，任何一个模型都只能在一定程度上代表实际的真实系统，不管是确定性模型或者是纳入了不确定性因素的模型[5]。用确定性模型来求解钻井参数优化问题，也可收到较好的效果，这一点已被实践所证明[1]，但既然实际系统中存在不确定性因素，我们认为还是用反映这种不确定性因素的模型来进行钻井参数优化为好。

2 模糊可靠性约束、可靠性约束、模糊约束的建立

2.1 模糊可靠性约束

钻头进尺约束可表示为

$$g_1(x)=F(x)-[F]\geqslant 0 \tag{2}$$

式中 $F(x)$ 为钻头进尺，$[F]$为钻头进尺下限。这个约束的意义为钻头的进尺应能达到一个规定的指标。按Amoco钻头磨损模式，可整理成如下形式

对于牙齿磨损：

$$g_1(x)=\beta_o c_t k x^d_1 x^e_2/\mathrm{EXP}(D_2x_1+D_1x_2)-[F]\geqslant 0 \tag{3}$$

对于轴承磨损：

$$g_1(x)=C_b k x_1^d x_2^e(D_3/(x_1x_2)-D_4x_1)-[F]\geqslant 0 \tag{4}$$

式中 β_o，k，d，e，D_1，D_2，D_3，D_4，为常系数。C_t为牙齿磨损系数，C_b为轴承磨损系数。

为讨论问题方便，令

$$\hat{T}=\hat{C}Q(x) \tag{5}$$

式中

$$\hat{C}=\begin{cases}C_t & (对于牙齿磨损)\\ C_b & (对于轴承磨损)\end{cases} \tag{6}$$

$$Q(x)=\begin{cases}\beta_o k x_1^d x_2^e/\mathrm{EXP}(D_2x_1+D_1x_2) & (对于牙齿磨损)\\ k x_1^d x_2^e(D_2/(x_1x_2)-D_4x_1) & (对于轴承磨损)\end{cases} \tag{7}$$

试验表明[1]，$\hat{C}$ 为随机变量，服从$N(\mu_c,\ \sigma_c)$ 分布。由概率论可知，$\hat{T}$也为随机变量，且服从$N(\mu_T,\ \sigma_T)$分布，其中

$$\mu_T=\mu_c Q(x)$$

$$\sigma_T=\sigma_c Q(x)$$

对钻头进尺的约束实际上是“弹性的”，即约束边界具有过渡性，因而可视进尺限为 Ω上的一个模糊子集 $\underset{\sim}{S}$，令 $\underset{\sim}{P_f}$表示钻头没有达到进尺限的概率，则$\underset{\sim}{P_f}$为模糊事件的概率，可由下式计算

$$\underset{\sim}{P_f}(x)=\int \mu_{\underset{\sim}{s}}(y)P(y,\ x)dy \tag{8}$$

式中 $\mu_s(y)$为模糊子集 $\underset{\sim}{S}$的隶属函数，Ω为论域。$P(y,x)$为以x为参数的概率密度函数。

由于已设$P(y,x)$为正态分布$N(\mu_T,\ \sigma_T)$，则有

$$\underset{\sim}{P_f}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mu_{\underset{\sim}{s}}(y)\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_T}\ e^{-(y-\mu_T)^2/(2\delta_T^2)}\ dy \tag{9}$$

如设 $\underset{\sim}{S}$ 上的隶属函数为降半梯形分布，则（9）式化为

$$\underset{\sim}{P_f}(x)=\int_0^{a_1}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_T}e^{-(y-\mu_T)^2/(2\delta_T^2)}dy+\int_{a_1}^{a_2}\frac{(a_2-y)}{(a_2-a_1)}\cdot\frac{e^{-(y-\mu_T)^2/(2\delta_T^2)}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_T}dy \tag{10}$$

于是（2）式可化成如下模糊可靠性约束

$$\underset{\sim}{P_f}(x)\leqslant[P_f]$$

式中 $[P_f]$ 为失效概率上限。

2.2 可靠性约束

按Amoco模式，钻头寿命约束可表示为

$$\left.\begin{aligned}&g_2(x)=C_t\beta_1/\mathrm{EXP}(D_2x_1+D_1x_2)-[B_t]\geqslant 0\ \text{（开齿磨损）}\\ \text{或}\quad &g_2(x)=C_b(D_3/(x_1x_2)-D_4x_1)-[B_t]\geqslant 0\ \text{（轴承磨损）}\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

式中 $[B_t]$ 为钻头寿命下限。

按对进尺约束的同样处理方法，设

$$H(x)=\left\{\begin{aligned}&\beta_1/\mathrm{EXP}(D_2x_1+D_1x_2) &\text{（牙齿磨损）}\\&(D_3/(x_1x_2)-D_4x_1 &\text{（轴承磨损）}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

令　$$\hat{L}=\hat{C}H(x)$$

由前面的讨论可知，$\hat{L}$ 为随机变量，服从 $N(\mu_L,\ \sigma_L)$ 分布，其中

$$\left.\begin{aligned}\mu_L&=H(x)\mu_c\\ \sigma_L&=H(x)\sigma_c\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

考虑钻头寿限也为服从 $N(\mu_B,\ \sigma_B)$ 的随机变量，则约束式（11）可表示为如下可靠性约束

$$\Phi(\beta_R)\geqslant[P_R] \tag{14}$$

或
$$\beta_R\geqslant\Phi^{-1}([P_R]) \tag{15}$$

式中　$\Phi(\beta_R)$ 为正态分布函数；$\Phi^{-1}(\cdot)$ 为其反函数；$[P_R]$ 为可靠性概率指标下界。

$$\Phi(\beta_R)=\int_{-\beta_R}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt \tag{16}$$

$$\beta_R=(\mu_L-\mu_B)(\sigma_L^2+\sigma_B^2)^{-\frac{1}{2}} \tag{17}$$

2.3 模糊约束

轴承负荷约束可表示为

$$g_3(x)=[B_n]-x_1x_2\geqslant 0 \tag{18}$$

式中 $[B_n]$ 为轴承负荷数上限。

此式表示的是“脆性约束”，而实际上在可行与不可行之间存在着中间过渡。在现场实施中，经常打破(18)式的限制。当然这个限制不能被无限度地打破。我们采用模糊约束来表达约束（18），记为，

$$Z\in\underset{\sim}{B} \tag{19}$$

式中“～”表示模糊性，$\underset{\sim}{B}$ 为轴承负荷限的模糊子集，它可表示为

$$\underset{\sim}{B}=\int_D\mu_{\underset{\sim}{B}}(Z)/Z \tag{20}$$

式中$\underset{\sim}{\mu_B}(Z)$为$\underset{\sim}{B}$上的隶属函数，$D$为论域，$Z=x_1x_2$。

$\underset{\sim}{\mu_B}(Z)$的确定与问题的实际背景有关[6]。这里采用降半梯形分布：

$$\underset{\sim}{\mu_B}(Z)=\left\{\begin{array}{ll}0 & Z>B^u \\ (B^u-Z)/(B^u-B^L) & B^L<Z\leqslant B^u \\ 1 & Z\leqslant B^L\end{array}\right\} \tag{21}$$

其中B^u，B^L为与过渡区间有关的常数。

3　数学模型

根据前面的讨论，考虑具有不确定性因素的钻井机械参数优化问题可表述为

$$\min \quad f(x)$$

$$S.t \quad \underset{\sim}{P_f}(x)\leqslant[P_f] \tag{22}$$

$$\beta_R(x)\geqslant\Phi^{-1}([P_R]) \tag{23}$$

$$Z(x)\in\int_D \underset{\sim}{\mu_B}(Z)/Z \tag{24}$$

$$x^L\leqslant x\leqslant x^u \tag{25}$$

在上述优化模型中，约束（24）式为模糊约束，问题不易直接求解。本文采用模糊变换来将约束（24)化为确定性约束。首先作模糊子集$\underset{\sim}{B}$的α水平截集，根据(21)式，将(24)式变为如下形式

$$(B^u-Z)/(B^u-B^L)\geqslant\alpha \tag{26}$$

只要确定出合理的α值，即可将（24）式化为确定性约束。

设有因素集$A=(a_1,\ a_2,\ a_3)$，其中a_1为地层硬度，a_2为钻头寿命要求，a_3为钻进速度要求并建立评价集$V=(v_1,\ v_2\cdots,v_{10})$，将$z$的过渡区离散为10个等级。进一步建立模糊关系矩阵$\underset{\sim}{R}$和权重集$\underset{\sim}{W}$。其中$\underset{\sim}{W}=(W_1,W_2,W_3)$用来描述各因素的重要程度，

$$\underset{\sim}{R}=\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2}\cdots\cdots r_{1,10} \\ r_{2,1} & r_{2,2}\cdots\cdots r_{2,10} \\ r_{3,1} & r_{3,2}\cdots\cdots r_{3,10}\end{bmatrix}$$

作模糊变换

$$\underset{\sim}{D}=\underset{\sim}{W}\circ\underset{\sim}{R} \tag{27}$$

由$\underset{\sim}{D}$可确定出合理的α值，记为α*。将α*代入约束（24）中，可得到如下优化模型

$$\left.\begin{array}{ll}\min & f(x) \\ S.t. & [P_f]-\underset{\sim}{P_f}(x)\geqslant 0 \\ & \beta_R(x)-\Phi^{-1}([P_R])\geqslant 0 \\ & B^u-\alpha^*(B^u-B^L)-Z(x)\geqslant 0 \\ & x^L\leqslant x\leqslant x^u\end{array}\right\} \tag{28}$$

式中　B^u，B^L可由扩增系数法确定。于是，上述优化问题为一个纳入了随机因素和模糊因素的优化问题，可用数学规划法求解。

4　求解方法及算例

考虑到问题(28)的非线性程度很高，采用较为稳定有效的变尺度法求解。这个方法 的 极

小化迭代序列为

$$x^{k+1}=x^k+\alpha^k S^k \tag{29}$$

式中 α^k为步长因子，由一维搜索确定。方向失量S^k由下述QP问题[7]的解给出

$$\left.\begin{aligned}&\min \quad \nabla^T f(x^k)S+\frac{1}{2}S^T H(x^k)S\\&g_i(x^k)+\nabla^T g_i(x^k)S\geqslant 0 \qquad i=1,2,3\\&x_k^L\leqslant x\leqslant x_k^u\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

式中 ∇为梯度算子；$H(x^k)$为问题的Lagrange函数的海森矩阵；x_k^u，x_k^L为由运动极限确定的变量尺寸约束界。算法中需要用到函数的敏度信息、下面给出主要计算公式。

4.1 目标函数的敏度计算

$$\nabla_X f(x)=\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1},\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}\right)^T$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}=[C_o D_2 E(x)/c_1-d(c_o E(x)/c_1+R_c)/x_1]/V(x) \tag{31}$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_2}=[C_o D_1 E(x)/c_1-e(c_o E(x)/c_1+R_c)/x_2]/V(x) \tag{32}$$

式中 $V(x)=kx_1^d x_2^e$；$E(x)=\mathrm{EXP}(D_2x_1+D_1x_2)$

4.2 约束函数的敏度计算

$$\nabla_x g(x)=\left(\frac{\partial g_1(x)}{\partial x},\ \frac{\partial g_2(x)}{\partial x},\ \frac{\partial g_3(x)}{\partial x}\right)^T$$

$$\frac{\partial g_1(x)}{\partial x_i}=\int_\Omega \underset{\sim}{\mu_s}(y)\ \frac{\partial P(y,x)}{\partial x_i}dy \tag{33}$$

$$\frac{\partial g_2(x)}{\partial x_i}=\frac{\partial H(x)}{\partial x_i}(\mu_c\sigma_B^2+\sigma_C^2\mu_B H(x))(\sigma_B^2+\sigma_L^2 H^2(x))^{1.5} \tag{34}$$

$$\frac{\partial g_3(x)}{\partial x_i}=\left\{\begin{array}{ll}-x_2 & (i=1)\\-x_1 & (i=2)\end{array}\right\} \tag{35}$$

$$\frac{\partial H(x)}{\partial x_i}=\left\{\begin{array}{ll}-\beta_1 D_2/E(x) & (i=1)\\-\beta_1 D_1/E(x) & (i=2)\end{array}\right\} \tag{36}$$

式中 （33）式由数值近似积分求得；（36）式是针对牙齿磨损情况推导的。

算例：在某油田区域进行钻井机械参数优化，所选钻头直径为$8^1/_2''$，以牙齿磨损为主。主要参数为：$B^L=[B_n]=1180$；$B^u=1.2B^L$；$[P_R]=0.982,\Phi^{-1}([P_R])=2.1$；$[P_f]=0.01$；$\mu_c=3.0$，其变异系数为0.08；$\mu_B=45$，其变异系数为0.08；各模糊子集隶属函数采用降半梯形分布；取初始设计变量值$x^o=(10,60)^T$；$x^L=(10.0,25)^T$；$x^u=(50.0,\ 200)^T$。取权重向量为$W=(0.3,\ 0.3,0.4)$。根据“中硬地层”,“钻头寿命较长”及“钻速较快”等模糊信息,可列出$\underset{\sim}{R}$阵如下：

$$\underset{\sim}{R}=\begin{bmatrix}0.0&0.0&0.0&0.0&0.0&0.4&0.7&1.0&0.7&0.4\\0.0&0.0&0.0&0.0&0.0&0.4&0.7&1.0&0.7&0.4\\0.0&0.4&0.7&1.0&0.7&0.4&0.0&0.0&0.0&0.0\end{bmatrix}$$

采用综合算子及最大判别准则得到$\alpha^*=0.8$。

表 1

Table 1

参数 / 模型	x*	f(x)*	$\beta_R(x^*)$	$\underset{\sim}{P_f}(x^*)$	Z(x*)
本文模型	$(20.16,\ 66.71)^T$	175.44	2.10005#	0.0042	1345.1#
常规模型	$(20.50,\ 65.59)^T$	175.42	1.899△	0.0087△	1344.9#

在计算机(*IBM—Pc/AT*)上优化，经8次迭代收敛。目标函数值比初值下降52.6%(表1)。表1同时给出了按常规模型优化得到的结果。按常规模型优化时，尽量做到约束条件等价，以便结果有可比较性。表中带“#”号者为临界约束，“△”者为用x^*值代入相应公式得到的计算值。由表1可以看出，二者最优目标值很接近。但本文模型产生的可靠性指标较常规模型有较大提高。

5 结 论

本文考虑钻井工程中的一些不确定性因素，用随机理论和模糊集理论，建立了相应的优化模型，并给出求解方法。计算实例表明，问题提法合理，效果很好。这也为钻井参数优化问题的研究，开辟了新的领域

（本文收到日期1992年2月18日）

（编辑 王治同）

参 考 文 献

〔1〕 史阿坚．钻井模式及优化方法的研究．石油学报，1988，9(3)．

〔2〕 汪培庄．模糊集合论及其应用．上海科学技术出版社，1983．

〔3〕 王光远．模糊结构优化设计．计算结构力学及其应用，1984，(2)．

〔4〕 钱令希．关于结构优化设计的主观信息．计算结构力学及其应用，1985，(2)．

〔5〕 Christensen.P T.Application of structural systems reliability theory. Springer-Verlag, 1986.

〔6〕 刘 扬，程耿东．关于结构模糊优化若干问题的讨论．计算结构力学及其应用，1989，(3)．

〔7〕 Reklaitis G V. Engineering optimization. John Wiley &Sons, 1983.

OPTIMIZATION OF MECHANICAL PARAMETERS IN DRILLING WITH FUZZY RELIABILITY CONSTRAINTS

Jin Guoliang Liu Yang

(*Daqing Petroleum Institute*)

Abstract

Usually, drilling optimization problems are solved with a deterministic mathematical model in which indeterminate factors that may affect drilling performance are not taken into consideration. In this paper, those indeterminate factors are put into the model on the basis of stochastic theory and fuzzy mathematics. The drilling optimization model is formulated with fuzzy reliability constraint, reliability restraint and fuzzy constraint. Numerical example indicates the reasonableness of the model.

作 者 简 介

金国梁，1939年生。1964年毕业于北京石油学院石油化机专业。现任大庆石油学院党委书记，副教授，从事石油机械装备的可靠性分析及钻井参数优化等研究工作。通讯处：黑龙江省，安达市，大庆石油学院机械系。邮政编码：151400。